

MATEMÁTICAS CCSS II
FUNCIONES
PROBLEMA 13

JUNIO 2013 A

Problema 2. Dada la función $f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2 - 4x + 3}$, se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

a) $x^2 - 4x + 3 = 0 \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases} \quad \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$

$x=0 \rightarrow y = -\frac{4}{3} \rightarrow (0, -4/3) \leftarrow \text{P. corte con eje } y$

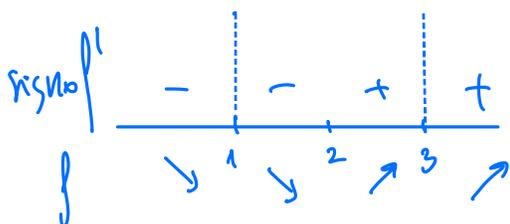
$y=0 \rightarrow 0 = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2 - 4x + 3} \rightarrow -x^2 + 4x - 4 = 0 \rightarrow (2, 0) \leftarrow \text{P. corte con eje } x$
 $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{-2} = 2$

b) Asíntotas horizontales: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2 - 4x + 3} = -1$ (razones iguales cociente de coeficientes de x de mayor grado)
 A.H.: $y = -1$

Asíntotas verticales: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-1}{0} = \infty$
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 4x - 4}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-9 + 12 - 4}{0} = \frac{-1}{0} = \infty$
 A.V. en $x=1$ y $x=3$

c) d) $f'(x) = \frac{(-2x+4)(x^2-4x+3) - (-x^2+4x-4)(2x-4)}{(x^2-4x+3)^2}$

$= \frac{-2x^3 + 8x^2 - 6x + 12x^2 - 16x + 12 + 2x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 16x + 8x - 16}{(x^2-4x+3)^2} = \frac{2x-4}{(x^2-4x+3)^2} = 0 \rightarrow 2x-4=0 \rightarrow x=2$



CRECIENTE: $(2, 3) \cup (3, +\infty)$

DECRECIENTE: $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$

MÍNIMO: $x=2 \rightarrow y = \frac{-4+8-4}{4-8+3} = 0 \Rightarrow (2, 0)$

