

Problema 2. Sea la función $f(x) = (x^2 + x)^2$. Se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Las ecuaciones de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Los máximos y mínimos locales.
- La representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

a) $\text{Dom}f = \mathbb{R}$ por ser un polinomio

$x=0 \rightarrow y=0 \rightarrow (0,0)$ Corte con el eje Y (origen de coordenadas)

$y=0 \rightarrow 0 = (x^2+x)^2 \rightarrow x^2+x=0$
 $x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow (0,0) \\ x=-1 \rightarrow (-1,0) \end{cases}$ Cortes con el eje X

b) Como $\text{Dom}f = \mathbb{R}$ no tiene asíntotas verticales

Asíntotas horizontales tampoco tiene, pero calculamos los límites en el infinito para ayudarnos en la representación gráfica del apartado e).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2+x)^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2+x)^2 = +\infty$$



c) $f(x) = (x^2+x)^2 \rightarrow f'(x) = 2(x^2+x)(2x+1) = 0$
 $x^2+x=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$
 $2x+1=0 \rightarrow x=-1/2$

signo | $\begin{array}{cccc} - & + & - & + \\ \hline & -1 & -1/2 & 0 \end{array}$

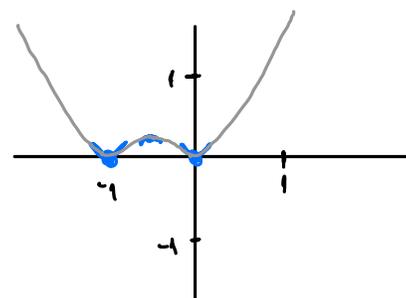
CRECIENTE : $(-1, -1/2) \cup (0, +\infty)$

DECRECIENTE : $(-\infty, -1) \cup (-1/2, 0)$

MÍN : $x=-1 \rightarrow y = (-1-1)^2 = 0 \rightarrow (-1, 0)$

MÍN : $x=0 \rightarrow y=0 \rightarrow (0,0)$

MÁX : $x=-1/2 \rightarrow y = (\frac{1}{4} - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{16} \rightarrow (-1/2, 1/16)$



Ten en cuenta que la graduación de los ejes esté condicionada a los puntos obtenidos en el proceso de construcción