Problema 2. Dada la función $f(x)=\begin{cases} -x^2-2x+3 & \text{si } 0\le x<1 \\ x-1 & \text{si } 1\le x\le 3 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de la función en el intervalo $[0,3]$.

b) Calcula los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$.

c) Calcula el área de la región determinada por la gráfica de la función y las rectas $x=0$, $y=0$ y $x=3$.

a) Las expresiones $y=-x^2-2x+3$ e $y=x-1$ son continuas en $\mathbb{R}$ por ser polinomios, por lo tanto lo son en los intervalos donde están definidas.

Veamos en $x=1$, que es donde cambia la definición:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} -x^2-2x+3 = -1-2+3=0$$
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} x-1 = 1-1=0$$
$f(1)=1-1=0$

$\to f$ es continua en $x=1$

$\Rightarrow f$ es continua en $[0,3]$

b) Representamos gráficamente:

$y=-x^2-2x+3$

x	y
0	3
1	0

vértice:

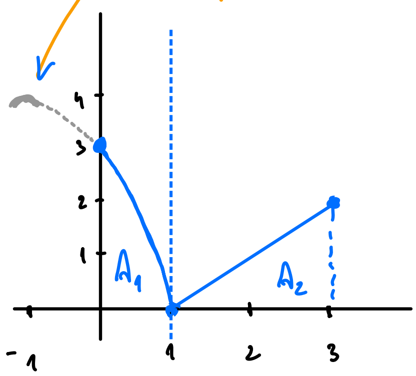
$x=\frac{2}{-2}=-1$

$y=-(-1)^2-2(-1)+3=-1+2+3=4$ V: $(-1,4)$

$y=x-1$

x	y
1	0
3	2

sirve de referencia para el trazo de la parábola.



$\Rightarrow$ MÁX ABS: $(0,3)$ MÍN ABS: $(1,0)$

c) Área: $A_1+A_2=\int_0^1 -x^2-2x+3\,dx + \int_1^3 x-1\,dx =$

$$= \left.-\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+3x\right]_0^1 + \left.\frac{x^2}{2}-x\right]_1^3 = \left[\left(-\frac{1}{3}-1+3\right)-(0-0+0)\right]+\left[\left(\frac{9}{2}-3\right)-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right]$$

$$=\left(\frac{5}{3}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{3}+2=\frac{11}{3}\ u^2$$