MATEMÁTICAS CCSS II
FUNCIONES
PROBLEMA 1 **JUNIO 2010 A**

Problema 2. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-9}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
b) Ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Máximos y mínimos locales.
e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

a) $x^2-9=0 \to x=\pm 3 \Rightarrow \mathrm{Dom} f = \mathbb{R}-\{-3,3\}$

$x=0 \to y=\dfrac{1}{-9} \to (0,-1/9) \leftarrow$ P. CORTE CON EJE Y

$y=0 \to 0=\dfrac{x^2+1}{x^2-9} \to x^2+1=0 \quad \nexists \leftarrow$ No hay p. corte con eje X

b) Asíntotas horizontales

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2-9}=1\\ \lim_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+1}{x^2-9}=1\end{array}\right\}\to \text{A.H en } y=1$$

Asíntotas verticales

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to-3}\dfrac{x^2+1}{x^2-9}=\dfrac{10}{0}=\infty\\ \lim_{x\to 3}\dfrac{x^2+1}{x^2-9}=\dfrac{10}{0}=\infty\end{array}\right\}\to \text{A.V. en } \begin{array}{l}x=-3\\x=3\end{array}$$

c) d) $f'(x)=\dfrac{2x(x^2-9)-2x(x^2+1)}{(x^2-9)^2}=\dfrac{2x^3-18x-2x^3-2x}{(x^2-9)^2}=\dfrac{-20x}{(x^2-9)^2}\overset{?}{=}0$

$-20x=0 \to x=0$

		-3		0		3	
signo f'	+		+		−		−
f	↗		↗		↘		↘

$x=0 \to y=-1/9$

CRECIENTE: $(-\infty,-3)\cup(-3,0)$

DECRECIENTE: $(0,3)\cup(3,+\infty)$

MÁXIMO: $(0,-1/9)$

e)