MATEMÁTICAS II
GEOMETRÍA **SEPTIEMBRE 2012 B**
PROBLEMA 12

Problema B.2. En el espacio se dan los planos π, σ y τ de ecuaciones:

$$\pi:\ 2x-y+z=3;\qquad \sigma:\ x-y+z=2;\qquad \tau:\ 3x-y-az=b,$$

siendo a y b parámetros reales, y la recta r intersección de los planos π y σ.
Obtener **razonadamente**:

a) Un punto, el vector director y las ecuaciones de la recta r. (*3 puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto $(2,1,3)$. (*4 puntos*).

c) Los valores de a y de b para que el plano τ contenga a la recta r, intersección de los planos π y σ. (*3 puntos*).

a) Pasamos r a paramétrica:

$$r \equiv \begin{cases} 2x-y+z=3 \\ x-y+z=2 \end{cases} \sim \begin{cases} 2x-y+z=3 \\ -x = -1 \end{cases} \quad (-1\cdot Ec1 + Ec2) \qquad r \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases}$$

$x=1$

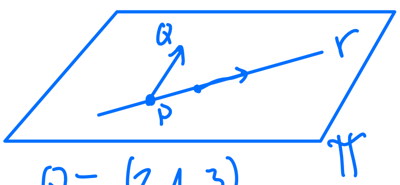
$y=\lambda \rightarrow 2-\lambda+z=3$

$\rightarrow z=1+\lambda$

$P\in r \rightarrow P=(1,0,1)$

$\vec{v}_r=(0,1,1)$

b) Los vectores directores de π son $\vec{PQ}$ y $\vec{v}_r$:



$Q=(2,1,3)$

$\vec{PQ}=(1,1,2)$

$\vec{v}_r=(0,1,1)$

$\pi \equiv (x,y,z)=(2,1,3)+\alpha(1,1,2)+\beta(0,1,1)$

$\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

c) Para que $r\subset\tau$ se debe cumplir $\vec{v}_r\cdot\vec{n}_\tau=0$

y Tomando un punto $P\in r$, P debe pertenecer también a τ

$\vec{v}_r\cdot\vec{n}_\tau=(0,1,1)(3,-1,-a)=-1-a=0 \rightarrow a=-1$

$P\in r \rightarrow P=(1,0,1) \rightarrow 3-0-a\cdot 1=b$

$3+1=b \rightarrow b=4$