MATEMÁTICAS II
GEOMETRÍA **JUNIO 2012 B**
PROBLEMA 10

Problema B.2. Se da la recta r de ecuación $r:\begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $\pi: 2x+y+nz=p$, donde n y p son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente**:

a) Todos los valores de n para los que la intersección de la recta r y el plano π es un punto. (*4 puntos*).

b) El valor de n y el valor de p para los que la recta r está contenida en el plano π. (*3 puntos*).

c) El valor de n y todos los valores de p para los que la recta r no corta al plano π. (*3 puntos*).

a) Discutimos el sistema $\begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \\ 2x+y+nz=p \end{cases}$

$$A' = \left(\underbrace{\begin{matrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & n \end{matrix}}_{A} \left| \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ p \end{matrix}\right.\right)$$

$|A| = 5n+4-2-(-20-1-2n) = 7n+23 \overset{?}{=} 0$
$n = -23/7$

$\Rightarrow$ Si $n \neq -23/7$ $rg A = 3$
como $A \subset A'$ y $rg A' \leq 3 \rightarrow rg A' = 3$
nº incógnitas $= 3$

$\rightarrow$ Por Rouché el sistema es SCD
$\rightarrow$ r y π se cortan en un punto

b) c) Para que $r \subset \pi$, el sistema debe ser SCI y para que r no corte a π, el sistema debe ser S.I:

$n = -23/7$, analizamos qué valor debe tomar p en cada caso:

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 5 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -23/7 & p \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 5/7 & p \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & p+5/7 \end{array}\right)$$

$\rightarrow$ Si $p = -5/7 \rightarrow rg A = rg A' = 2 \neq 3 =$ nº incógnitas $\rightarrow$ SCI
$\rightarrow$ b) $r \subset \pi$

Si $p \neq -5/7 \rightarrow rg A = 2 \neq 3 = rg A' \rightarrow$ SI
$\rightarrow$ c) r no corta a π