MATEMÁTICAS II
GEOMETRÍA **JUNIO 2012 A**
PROBLEMA 9

Problema A.2. Se dan las rectas $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ y $r_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, siendo α y β parámetros reales.

Calcular **razonadamente**:

a) Las coordenadas del punto de corte de r_1 y r_2. (*3 puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene esas dos rectas. (*4 puntos*).

c) La distancia del punto $(0,\ 0,\ 1)$ a la recta r_2. (*3 puntos*).

a) Igualamos:

$$\left.\begin{array}{l} 1+2\alpha = -1 \\ \alpha = 1+\beta \\ 2-\alpha = -1-2\beta \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \alpha = -1 \\ \rightarrow \beta = -2 \end{array}$$

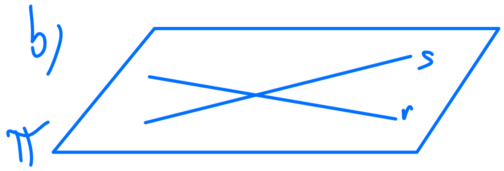
$\hookrightarrow 2-(-1) = -1-2(-2)$

$3 = 3$ ✓

Sustituyendo $\alpha = -1$ en r o $\beta = -2$ en s:

P.corte: $(-1, -1, 3)$

b)



v. directores: $\vec{v}_r$ y $\vec{v}_s$

$$\pi \equiv (x, y, z) = (-1, -1, 3) + \alpha(2, 1, -1) + \beta(0, 1, -2)$$

$\in \mathbb{R}$

c) $d(P, r_2)$

$P = (0, 0, 1)$

$$r_2 \equiv \begin{cases} x = -1 \\ y = 1+\beta \\ z = -1-2\beta \end{cases}$$

$$d(P, r_2) = \frac{|\vec{PQ} \times \vec{v}_{r_2}|}{|\vec{v}_{r_2}|} = \frac{\sqrt{4+1}}{\sqrt{1+4}} = 1 \text{ u}$$

$Q = (-1, 1, -1) \in r_2$

$\vec{PQ} = (-1, 1, -2)$

$$\vec{PQ} \times \vec{v}_{r_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (0, -2, -1)$$