MATEMÁTICAS II
GEOMETRÍA **SEPTIEMBRE 2010 B**
PROBLEMA 4

Problema B.2. Dadas las dos rectas r y s de ecuaciones

$$r:\ \frac{x-4}{3}=\frac{y-4}{2}=z-4 \qquad \text{y} \qquad s:\ x=\frac{y}{2}=\frac{z}{3},$$

se pide calcular razonadamente:

a) Las coordenadas del punto P de intersección de las rectas r y s. *(3 puntos).*
b) El ángulo que forman las rectas r y s. *(3 puntos).*
c) Ecuación implícita $Ax+By+Cz+D=0$ del plano π que contiene a las rectas r y s. *(4 puntos).*

a) Expresamos r y s en forma paramétrica e igualamos:

$$r \equiv \begin{cases} x = 4+3\lambda \\ y = 4+2\lambda \\ z = 4+\lambda \end{cases} \quad \lambda\in\mathbb{R} \qquad s \equiv \begin{cases} x = \mu \\ y = 2\mu \\ z = 3\mu \end{cases} \quad \mu\in\mathbb{R}$$

$$\begin{cases} 4+3\lambda = \mu \\ 4+2\lambda = 2\mu \\ 4+\lambda = 3\mu \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} -8-6\lambda = -2\mu \\ 4+2\lambda = 2\mu \\ \hline -4-4\lambda = 0 \end{array} \rightarrow \lambda = -1 \rightarrow \mu = 1$$

→ Sustituyendo $\lambda=-1$ en r (o $\mu=1$ en s)

Comprobamos la tercera igualdad: $4-1=3\cdot 1$ ✓

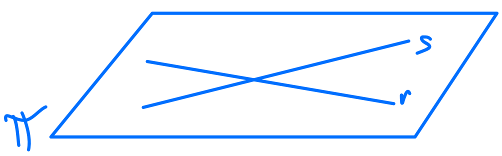
$P=(1,2,3)$

b) Ángulo entre rectas:

$$\alpha=(\widehat{r,s})=\arccos\frac{|\vec{v}_r\cdot\vec{v}_s|}{|\vec{v}_r|\cdot|\vec{v}_s|}=\arccos\frac{|(3,2,1)(1,2,3)|}{\sqrt{9+4+1}\cdot\sqrt{1+4+9}}=\arccos\frac{3+4+3}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{14}}\simeq 44^\circ$$

c) Cualquier punto de r o s es un punto de π

$\vec{v}_r$ y $\vec{v}_s$ son los vectores directores de π



$$\rightarrow \pi \equiv (x,y,z)=(0,0,0)+\alpha(3,2,1)+\beta(1,2,3) \qquad \alpha,\beta\in\mathbb{R}$$