MATEMÁTICAS II
GEOMETRÍA **SEPTIEMBRE 2010 A**
PROBLEMA 3

Problema A.2. Se pide obtener razonadamente:

a) La ecuación del plano π que pasa por los puntos $O=(0,0,0)$, $A=(6,-3,0)$ y $B=(3,0,1)$. (*3 puntos*).

b) La ecuación de la recta r que pasa por el punto $P=(8,7,-2)$ y es perpendicular al plano π. (*3 puntos*).

c) El punto Q del plano π cuya distancia al punto P es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano π al punto P. (*4 puntos*).

a) Ecuación general de π:

v. directores: $\vec{OA}=(6,-3,0)$

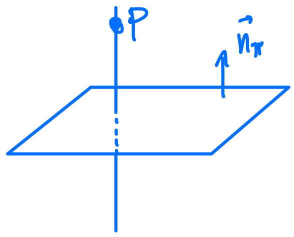
$\vec{OB}=(3,0,1)$

$$\pi \equiv \begin{vmatrix} x & y & z \\ 6 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -3x-[-9z+6y]=0$$

$$-3x-6y+9z=0$$

$$\xrightarrow[\div(-3)]{} \pi \equiv x+2y-3z=0$$

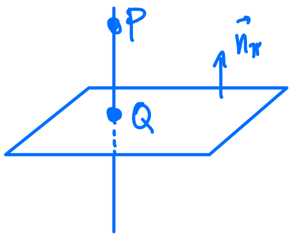
b) Como $r \perp \pi \rightarrow \vec{v}_r = \vec{n}_\pi \rightarrow \vec{v}_r=(1,2,-3)$



$$\rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 8+\lambda \\ y = 7+2\lambda \\ z=-2-3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

c) Punto de mínima distancia de P a π (proyección de P sobre π)

Coincide con el punto de corte de r y π:



$$r \equiv \begin{cases} x = 8+\lambda \\ y = 7+2\lambda \\ z=-2-3\lambda \end{cases}$$

$$\pi \equiv x+2y-3z=0$$

$$\rightarrow (8+\lambda)+2(7+2\lambda)-3(-2-3\lambda)=0$$

$$8+\lambda+14+4\lambda+6+9\lambda=0$$

$$14\lambda+28=0 \rightarrow \lambda=-2$$

$$\rightarrow Q = \begin{cases} x=8-2 \\ y=7-4 \\ z=-2+6 \end{cases} \rightarrow Q=(6,3,4)$$