**MATEMÁTICAS II**
**ÁLGEBRA** **JUNIO 2018 A**
**PROBLEMA 33**

**Problema A.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \quad\;\; y - z = 1-a \\ -x \quad\;\; + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$, donde $a$ es un parámetro real. Se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro $a$ para los cuales el sistema es compatible determinado (2 *puntos*).
b) Las soluciones del sistema cuando $a = 3$ (4 *puntos*).
c) Las soluciones del sistema para los valores de $a$ que lo hacen compatible indeterminado (4 *puntos*).

a) $A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 1-a \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ -a & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$ $\quad |A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -a & 1 & -1 \end{vmatrix} = -a+1-(+1) = -a \overset{?}{=} 0$

$a=0$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{A}$

• Si $a \neq 0 \to |A| \neq 0 \to rg(A) = 3$
Como $A \subset A'$ y $rg A' \leq 3 \to rg(A') = 3$
nº incógnitas $= 3$
$\Big\} \to$ Por Rouché: S.C.D.

• Si $a = 0 \to A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$ $= F_1$ $\quad \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$

$\to rg A = rg A' = 2$
nº incógnitas $= 3$

Por Rouché: S.C.I

El sistema es S.C.D para $a \neq 0$

b) $a = 3$

$\begin{cases} y - z = -2 \\ -x + z = 5 \\ -3x + y - z = 1 \end{cases} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \to \begin{cases} y - z = -2 \\ -x + z = 5 \\ -3x = 3 \end{cases} \to x = -1$

$\to 1 + z = 5 \to z = 4$
$y - 4 = -2 \to y = 2$

c) Del apartado a tenemos que el sistema es S.C.I. para $a=0$

Resolvemos:

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

$$y - z = 1$$
$$-x + z = 5$$

$$z = \lambda, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$x = \lambda - 5$$

$$y = 1 - \lambda$$