MATEMÁTICAS II
ÁLGEBRA **SEPTIEMBRE 2012 A**
PROBLEMA 11

Problema A.1. Sea el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 3x+10y-z=0 \\ x+14y+\alpha z=0 \end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

a) La solución del sistema S cuando $\alpha=0$. (*4 puntos*).

b) El valor de α para el que el sistema S tiene infinitas soluciones. (*4 puntos*).

c) Todas las soluciones del sistema S cuando se da a α el valor obtenido en el apartado b). (*2 puntos*).

a) Si $\alpha=0$ $\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 3x+10y-z=0 \\ x+14y=0 \end{cases} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 10 & -1 & 0 \\ 1 & 14 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim$

$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -32 & 0 & 0 \\ 3 & 10 & -1 & 0 \\ 1 & 14 & 0 & 0 \end{array}\right) \rightarrow$ S.C.D. como es homogéneo

$x=0 \quad y=0 \quad z=0$

b) Discutimos:

$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 10 & -1 & 0 \\ 1 & 14 & \alpha & 0 \end{array}\right)$, $|A|$ la matriz de coeficientes

$|A| = 10\alpha + 2 - 126 - (-30 - 14 - 6\alpha) =$

$= 16\alpha - 80 = 0 \rightarrow \alpha = 5$

Si $\alpha \neq 5 \rightarrow |A| \neq 0 \rightarrow rg\,A = 3$
Como $A \subset A'$ y $rg\,A' \leq 3 \rightarrow rg\,A' = 3$
nº incógnitas $= 3$

Rouché: S.C.D

(La solución para cada $\alpha \neq 5$ sería: $x=0$, $y=0$, $z=0$ por ser homogéneo)

Si $\alpha=5$: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 10 & -1 & 0 \\ 1 & 14 & 5 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 16 & 8 & 0 \\ 0 & 16 & 8 & 0 \end{array}\right)$

$rg\,A = rg\,A' = 2$
nº incógnitas $= 3$
Rouché: S.C.I.

c) $\begin{cases} x-2y-3z=0 \\ 16y+8z=0 \end{cases}$ $y=\lambda, \lambda \in \mathbb{R}$

$z=-2\lambda \rightarrow x-2\lambda+6\lambda=0 \rightarrow x=-4\lambda$