MATEMÁTICAS II
ÁLGEBRA **SEPTIEMBRE 2010 B**
PROBLEMA 4

Problema B.1. Dadas las matrices $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ y $B(y)=\begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Obtener razonadamente el valor de x para que el determinante de la matriz $A(x)$ sea 6. *(4 puntos).*

b) Calcular razonadamente el determinante de la matriz $2A(x)$. *(2 puntos).*

c) Demostrar que la matriz $B(y)$ no tiene matriz inversa para ningún valor real de y. *(4 puntos).*

a) $|A(x)| = 6$

$F_2 = -F_1 + F_2$ Factor común segunda columna Sarrus

$$\begin{vmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ x+3 & 8 & 2 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} x+2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ x+3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\left[2(x+2) - 2(x+3) - \left(3(x+3) - 4(x+2)\right)\right] = 2\left[6(x+2) - 5(x+3)\right]$$

$$= 2(6x+12-5x-15) = 2(x-3) = 2x-6 = 6 \Longrightarrow x=6$$

b) $|2(A(x))| = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot |A(x)| = 8(2x-6) = 16x-48$

c) $|B(y)| = \begin{vmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{vmatrix} =$

(B(y) No tiene inversa si este determinante vale 0 para todo valor de y:)

$$= 2\begin{vmatrix} y+1 & 2 & 3 \\ y+2 & 3 & 2 \\ y+3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 2\left[3(y+1) + 4(y+3) + 12(y+2) - \left(9(y+3) + 8(y+1) + 2(y+2)\right)\right] =$$

$$= 2\left[-5(y+1) - 5(y+3) + 10(y+2)\right] = 2\left[-5y-5y+10y-5-15+20\right] = 0$$